

LA PRODUCCIÓN

Santiago J. Rubio
Universidad de Valencia

Curso 2011-12

1. La tecnología de producción
2. La producción con un factor variable
3. La producción con dos factores variables. Las isocuantas.
4. Los rendimientos de escala

Bibliografía

[PR7] Cap. 6.

1. La tecnología de producción

- ▶ La empresa es un agente económico que toma decisiones de producción de bienes y servicios.

INPUTS → EMPRESA → OUTPUTS

¿Cuánto producir?

¿Cómo producirlo (combinación de inputs)?

- ▶ La empresa es un agente *racional*.
- ▶ Función *objetivo*: beneficios
- ▶ Así pues la empresa responderá a las cuestiones de arriba de forma que *maximice* los beneficios.

Restricciones:

- 1) *Tecnológica*: determina la relación entre inputs y outputs.
- 2) *Económica*: estructura de los mercados donde compra y vende la empresa.

La tecnología de producción

- ▶ En el proceso de producción, las empresas convierten los inputs (*factores de producción*) en outputs (*productos*).
- ▶ Los *factores de producción* comprenden todo lo que debe utilizar la empresa en el proceso de producción.

$$\text{Factores de producción} \left\{ \begin{array}{l} \text{trabajo (L)} \\ \text{materias primas (MP)} \\ \text{capital (K)} \end{array} \right.$$

- ▶ Si nos centramos en el caso de la *producción simple*, es decir la producción de un solo bien por parte de la empresa, la *función de producción* indica la cantidad máxima del bien que se puede obtener para cada combinación de factores.

$$q = F(L, K)$$

donde q representa la cantidad del bien producida por la empresa.

- ▶ La función de producción es la representación de la tecnología con la que opera la empresa.
- ▶ ¿Se puede eliminar las materias primas de la función de producción?

$$\text{Coeficiente técnico de producción } \alpha = \frac{MP}{q}.$$

- ▶ Si el coeficiente técnico de producción es *fijo* tendremos que $MP = \alpha q$, por lo que una vez decidido la cantidad a producir también se tiene la cantidad de materias primas necesarias para la producción.
- ▶ Como K es un variable *stock* y q y L son variables *flujos*, K en la función de producción representa los servicios del stock de capital (horas/máquina) que es la variable flujo asociada al stock de capital.
- ▶ La función de producción es *cardinal*. El único grado de libertad en la representación de la función de producción es la elección de las unidades de medida de los factores o del producto.

- ▶ En el análisis de la función de producción es importante distinguir entre el corto y el largo plazo.
- ▶ El *corto plazo* se refiere al periodo de tiempo en el que no es posible alterar uno o más factores de producción. En otras palabras, a corto plazo hay al menos un factor que no puede alterarse; ese factor se denomina *factor fijo*.
- ▶ El *largo plazo* es el periodo de tiempo necesario para que *todos* los factores de producción sean *variables*.
- ▶ A corto plazo, las empresas alteran la *intensidad* con que utilizan una determinada planta y maquinaria; a largo plazo, alteran el tamaño de la planta.
- ▶ Todos los factores fijos a corto plazo representan los resultados de decisiones a largo plazo tomadas anteriormente en función de las expectativas de las empresas sobre lo que sería rentable producir.
- ▶ No existe ningún periodo de tiempo específico, por ejemplo, un año, que distinga el corto del largo plazo, sino que hay que distinguirlos caso por caso.

2. La producción con un factor variable

- ▶ Para describir las condiciones de producción a corto plazo se utiliza el concepto de *productividad* distinguiendo entre *productividad marginal* y *media*.

Definición

La productividad o producto marginal es la producción adicional obtenida cuando se incrementa un factor en una unidad.

$$PM_{g_L} = \frac{\partial q}{\partial L}, \quad PM_{g_K} = \frac{\partial q}{\partial K}.$$

Supuesto de productividad: para todas las combinaciones de factores siempre hay al menos un factor con productividad marginal positiva.

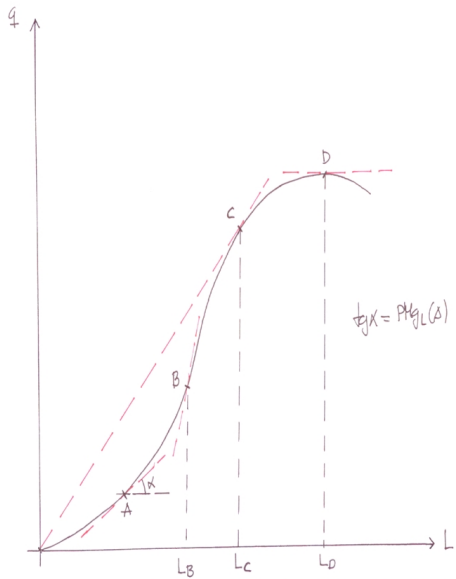
Comentario: no se exige que la productividad marginal sea siempre positiva para todos los factores.

Definición

Eficiencia técnica: Una combinación de factores es técnicamente eficiente si la productividad marginal es positiva para todos los factores.

Supuesto (o ley) de la productividad marginal decreciente: no es posible aumentar indefinidamente la cantidad empleada de un factor sin que su productividad marginal acabe disminuyendo.

- ▶ También se conoce como la *ley de los rendimientos marginales decrecientes*.
- ▶ En la gráfica de la página siguiente se ilustra este supuesto considerando el caso en el que el capital es fijo y el trabajo es variable.
- ▶ En la gráfica la productividad marginal viene dada por la pendiente de la *tangente geométrica* a la curva de producto total para las distintas cantidades empleadas del factor variable.



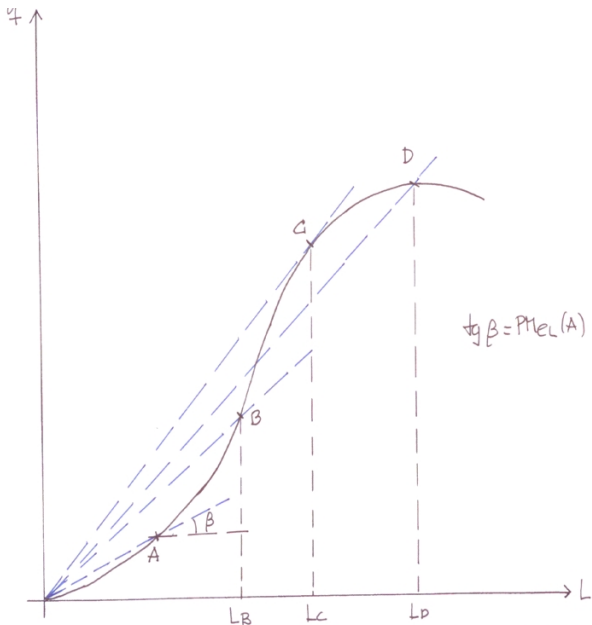
LA PRODUCCIÓN CON UN FACTOR VARIABLE: LA PRODUCTIVIDAD MARGINAL

Definición

La *productividad o producto medio* es la producción total por unidad empleada del factor.

$$PM_{e_L} = \frac{q}{L}, \quad PM_{e_K} = \frac{q}{K}.$$

► En la gráfica la productividad media viene dada por la pendiente de la *recta secante* que va desde el origen hasta el punto correspondiente de la curva de producto total para las distintas cantidades empleadas del factor variable.



LD PRODUCCIÓN CON UN FACTOR VARIABLE: LA PRODUCTIVIDAD MEDIA

- Relación entre la productividad media y marginal:

$$PM_{eL} = \frac{q}{L} = \frac{F(L, K)}{L},$$

$$\frac{\partial PM_{eL}}{\partial L} = \frac{\partial q / \partial L \cdot L - q}{L^2} = \frac{1}{L} \left(\frac{\partial q}{\partial L} - \frac{q}{L} \right),$$

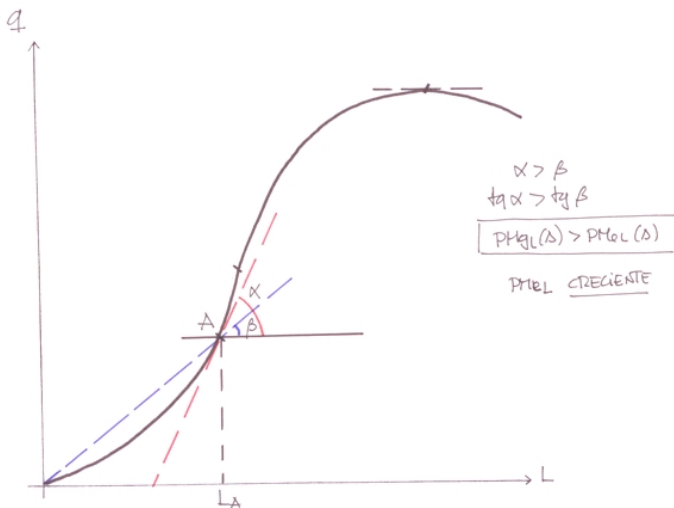
$$\frac{\partial PM_{eL}}{\partial L} = \frac{1}{L} (PM_{gL} - PM_{eL}).$$

- Esta es una relación *sistemática* entre variables medias y marginales.

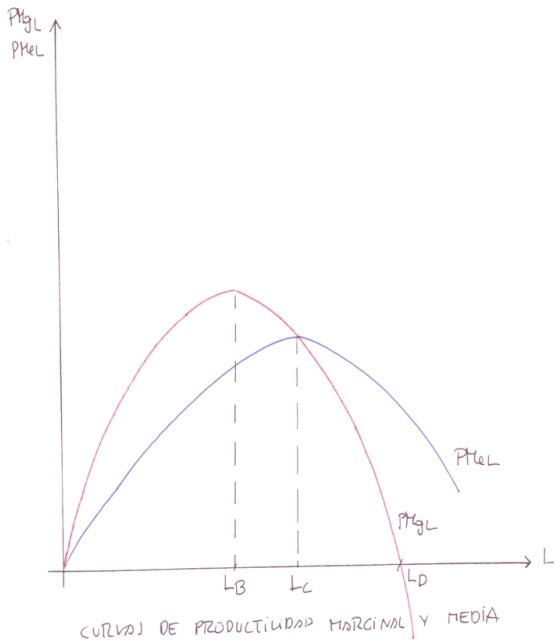
- Esta relación nos permite establecer que:

i) Cuando la productividad marginal es *mayor* que la productividad media, la productividad media es *creciente*.

ii) Cuando la productividad marginal es *menor* que la productividad media, la productividad media es *decreciente*.



RELACIÓN ENTRE PRODUCTIVIDAD MEDIA Y MARGINAL



3. La producción con dos factores variables. Las isocuantas

- ▶ Para describir la tecnología en el largo plazo utilizaremos el mapa de isocuantas.

Definición

Una **isocuanta** muestra todas las combinaciones posibles de factores que generan el mismo nivel de producción.

$$q = \bar{q} \rightarrow \bar{q} = F(L, K).$$

- ▶ Así pues una isocuanta es un **contorno** de la función de producción.

► Las isocuantas tienen **pendiente negativa** si la combinación de factores es **técnicamente eficiente**.

► Diferenciando totalmente una isocuanta:

$$dq = \frac{\partial q}{\partial L} dL + \frac{\partial q}{\partial K} dK,$$

$$PM_{gL} = \frac{\partial q}{\partial L}, \quad PM_{gK} = \frac{\partial q}{\partial K},$$

$$dq = PM_{gL} dL + PM_{gK} dK = 0,$$

$$PM_{gK} dK = -PM_{gL} dL,$$

$$\left. \frac{dK}{dL} \right|_{q=const} = -\frac{PM_{gL}}{PM_{gK}} < 0 \text{ si } PM_{gL}, PM_{gK} > 0. \quad (1)$$

Definición

La relación marginal de sustitución técnica de capital por trabajo ($RMST_{KL}$) es la cantidad en que puede reducirse el capital cuando se utiliza una unidad adicional de trabajo, de tal manera que la producción permanezca constante.

► Es análoga a la RMS de la teoría del consumidor. Al igual que la RMS, la $RMST$ siempre se expresa en cantidades positivas:

$$RMST_{KL} = - \left. \frac{dK}{dL} \right|_{q=const.} \quad (2)$$

► Así pues la pendiente de la isocuanta en un punto cualquiera mide la $RMST$, que muestra la capacidad de la empresa para sustituir capital por trabajo manteniendo constante el nivel de producción.

- ▶ Supuesto: la $RMST_{KL}$ es *decreciente*. En otras palabras, que disminuye a medida que nos desplazamos en sentido descendente a lo largo de una isocuanta.
- ▶ En términos matemáticos, eso implica que las isocuantas son *estrictamente convexas* respecto al origen.
- ▶ Utilizando (1) y (2) se obtiene que:

$$RMST_{KL} = \frac{PM_{g_L}}{PM_{g_K}}.$$

- ▶ Así pues como a medida que se sustituye más capital por trabajo la relación K/L va disminuyendo tendremos que la PM_{g_L} disminuirá mientras que la PM_{g_K} aumentará haciendo que la $RMST_{KL}$ disminuya.

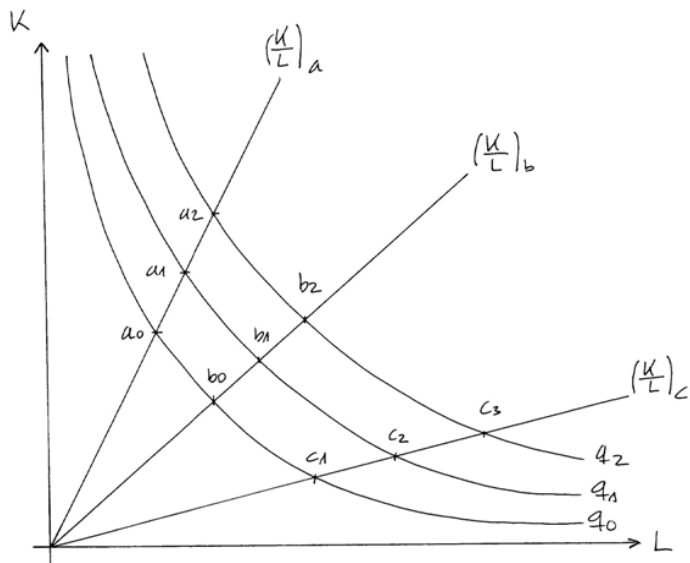
Definición

*Una **técnica de producción** es el conjunto de todas las combinaciones de factores con idéntica relación capital-trabajo.*

Definición

*La **tecnología de producción** es el conjunto de técnicas de producción disponibles.*

- ▶ La **función de producción** es la forma de representar la tecnología.
- ▶ El **mapa de isocuantas** es la forma de representar gráficamente la función de producción.



MAPA DE ISOCUANTAS

4. Los rendimientos de escala

- ▶ Nuestro análisis de la sustitución de factores en el proceso de producción nos ha mostrado qué ocurre cuando una empresa sustituye un factor por otro y mantiene constante la producción. A continuación vamos a estudiar qué ocurre con la producción cuando cambiamos la *escala de producción*.
- ▶ Un cambio en la *escala* de producción se da cuando *todos* los factores varían en la misma proporción de forma que se mantiene *constante* la relación capital-trabajo. Por lo tanto, un cambio en la escala se dará cuando nos desplazemos a lo largo de una *técnica de producción*.
- ▶ Si consideramos un aumento de todos los factores en la misma proporción, la producción aumentará con toda seguridad por lo que lo que resulta de interés es en qué proporción aumentará la producción.

Definición

Los **rendimientos de escala** son la tasa a la que aumenta la producción cuando se incrementan todos los factores proporcionalmente.

► Para averiguar el tipo de rendimientos de escala que presenta una función de producción se procede de la siguiente forma:

i) Se elige una combinación de factores sobre una isocuanta de referencia, $q_0 = F(L_0, K_0)$.

Para esa combinación, el ratio K_0/L_0 determina la *técnica* con la que opera la empresa.

ii) Se cambia la escala multiplicando los factores por $m > 1$.

En ese caso, ambos factores aumentan a la misma tasa que viene dada por el *parámetro de escala* m :

$$\frac{mL_0 - L_0}{L_0} 100 = \frac{mK_0 - K_0}{K_0} 100 = (m - 1)100,$$

y el nuevo nivel de producción será

$$q = F(mL_0, mK_0).$$

iii) Si la producción aumenta a la misma tasa a la que aumentan los factores, entonces la técnica elegida presenta *rendimientos constantes de escala*.

► Para que ocurra esto se tiene que dar que $q = mq_0$, entonces la producción habrá aumentado a la misma tasa a la que han aumentado los factores:

$$\frac{q - q_0}{q_0} 100 = \frac{mq_0 - q_0}{q_0} 100 = (m - 1)100,$$

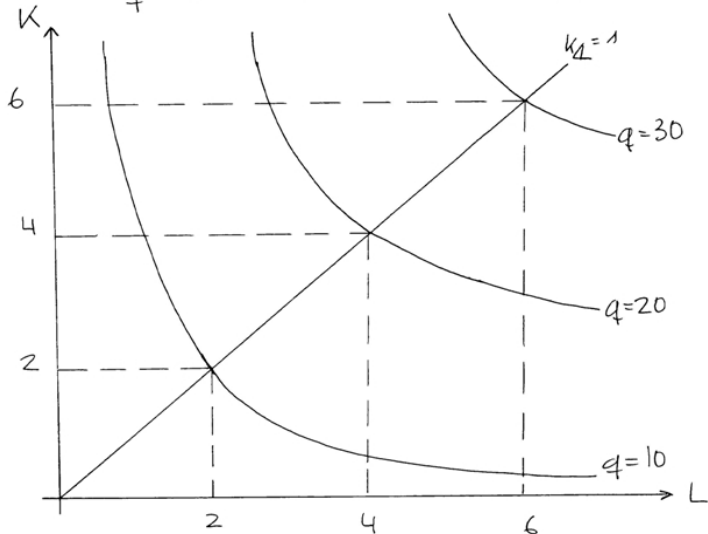
y se cumplirá la siguiente condición:

$$q = mq_0 \rightarrow q = F(mL_0, mK_0) = mF(L_0, K_0) = mq_0. \quad (3)$$

► Si *todas* las técnicas de producción presentan rendimientos constantes a escala entonces, y sólo entonces, se dice que la función de producción presenta rendimientos constantes de escala.

$$F(mL, mK) = mF(L, K), \quad \text{para todo } K/L.$$

$$q = F(uL, uK) = u F(L, K) = u q_0$$



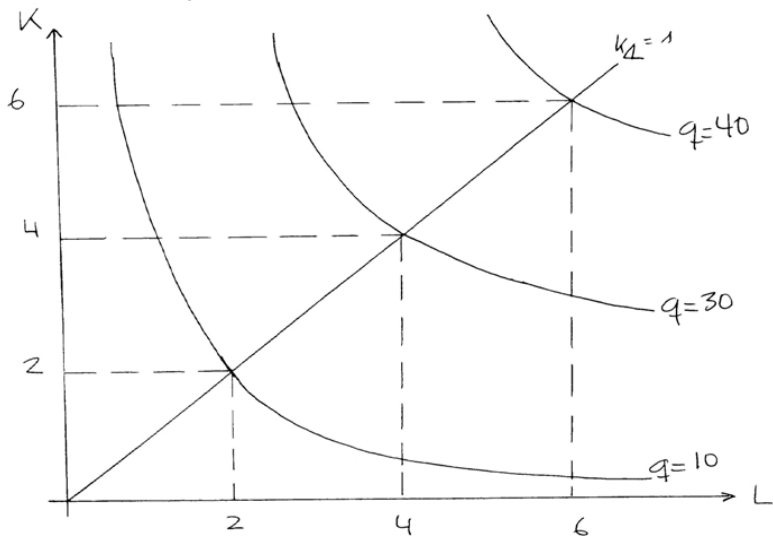
RENDIMIENTOS CONSTANTES DE ESCALA

- ▶ Si hay *rendimientos crecientes de escala*, la producción aumenta a una tasa mayor que la tasa a la que aumentan los factores.
- ▶ En este caso se cumplirá que

$$q > mq_0 \rightarrow F(mL, mK) > mF(L, K).$$

- ▶ La presencia de rendimientos crecientes de escala es una importante cuestión desde el punto de vista de la política económica.
- ▶ Si hay rendimientos crecientes, es económicamente más ventajoso la existencia de un única y gran empresa (cuyo coste es relativamente bajo) que la existencia de muchas y pequeñas empresas (cuyo coste es relativamente alto).
- ▶ Esto puede llevar a una estructura de mercado que se conoce como **monopolio natural**.

$$q = F(mL, mk) > mF(L, k) = mq_0$$



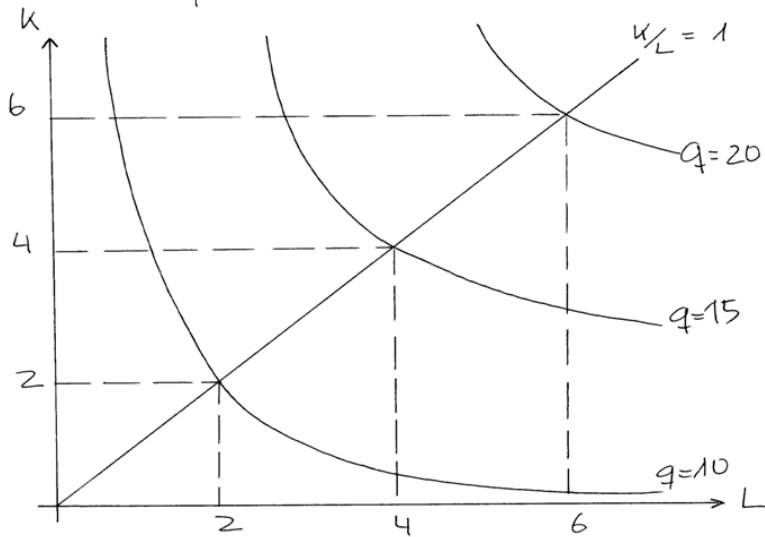
RENDIMIENTOS CRECIENTES DE ESCALA

- ▶ Si hay *rendimientos decrecientes de escala*, la producción aumenta a una tasa menor que la tasa a la que aumentan los factores.
- ▶ En este caso se cumplirá que

$$q < mq_0 \rightarrow F(mL, mK) < mF(L, K).$$

- ▶ A la larga, las dificultades para organizar y gestionar la producción a gran escala pueden reducir tanto la productividad del trabajo como la del capital.
- ▶ Por lo tanto, es probable que el caso de los rendimientos decrecientes esté relacionado con los problemas de falta de coordinación y de mantenimiento de una línea útil de comunicación entre la dirección y los trabajadores.

$$q = F(mL, wk) < mF(L, k) = mq_0$$



RENDIMIENTOS DECRECIENTES DE ESCALA